

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

**1.a)**  $m(\sigma) = 4$ .

**b)** Prin calcul direct rezultă  $\sigma^5 = e$ , deci  $A = \{e, \sigma, \sigma^2, \sigma^3, \sigma^4\}$ .  $A$  are 5 elemente.

**c)** Cum  $\tau\sigma^2 = \sigma^2\tau \Rightarrow \tau\sigma^4 = \sigma^4\tau$ , deci  $\tau\sigma^{-1} = \sigma^{-1}\tau$ , adică  $\tau\sigma = \sigma\tau$ .

**2.a)** Trebuie demonstrat că  $f(x - T) = f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$

Pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  avem  $f(x - T) = f((x - T) + T) = f(x) \Rightarrow -T \in H$ .

**b)** Fie  $T_1, T_2 \in H \Rightarrow f(x + (T_1 + T_2)) = f((x + T_1) + T_2) \stackrel{T_2 \in H}{=} f(x + T_1) \stackrel{T_1 \in H}{=} f(x)$ , deci  $T_1 + T_2 \in H$ .

Dacă  $T \in H$ , atunci  $-T \in H$ , deci  $H$  este subgrup al lui  $(\mathbb{R}, +)$ .

**c)** Din  $f(T) = f(0) \Rightarrow T \in \mathbb{Z}$ . Apoi,  $f(x + T) = f(x)$ ,  $\forall T \in \mathbb{Z}$ . Astfel  $H = \mathbb{Z}$ .